

## 5. Оптическая анизотропия в кристаллах

### 1. Уравнение эллипсоида волновых нормалей (оптической индикатрисы)

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$

### 2. Уравнение волновых нормалей Френеля

$$\frac{N_x^2}{v_x^2 - v_N^2} + \frac{N_y^2}{v_y^2 - v_N^2} + \frac{N_z^2}{v_z^2 - v_N^2} = 0$$



Уравнения поверхностей нормалей для обыкновенного и необыкновенного лучей одноосного кристалла

$$v_{N1} = v_o$$

$$v_{N2}^2 = v_e^2 \sin^2 \varphi + v_o^2 \cos^2 \varphi$$

$$\left( v_o = \frac{c}{n_o}, \quad v_e = \frac{c}{n_e} \right)$$

## 6. Дисперсия света

Уравнение движения электрона в поле световой волны

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma \dot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = \frac{e}{m} \vec{E}$$

Отсюда

$$\vec{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \vec{E}$$

Дипольный момент атома  $\vec{p} = e\vec{r}$

Поляризуемость атома  $\alpha = \frac{p}{E} = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$

Комплексный коэффициент преломления  $\tilde{n} = n - i\kappa$

$$\tilde{n}^2 = 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}$$

Если (для газов)  $\tilde{n} \approx 1$ , то

$$n = 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

$$\kappa = 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

При наличии нескольких полос поглощения

$$\tilde{n}^2 = 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}$$

Для  $\tilde{n} \approx 1$

$$n = 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}$$

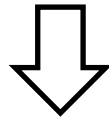
$$\kappa = 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j \gamma_j \omega}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}$$

В конденсированной среде надо учитывать взаимодействие с соседними атомами, описываемое полем Лоренца

$$\vec{E}_l = \frac{4\pi}{3} \vec{P}$$

Эффективное поле  $\vec{E}_{\text{эф}} = \vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P}$

Эффективная частота колебаний  $\tilde{\omega}_0^2 = \omega_0^2 - \frac{4\pi e^2}{3 m} N_1$



$$\frac{\tilde{n}^2 - 1}{\tilde{n}^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_1 \alpha$$

- формула Лоренц-Лорентса.

## 7. Групповая скорость света в диспергирующей среде

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Формула Рэлея

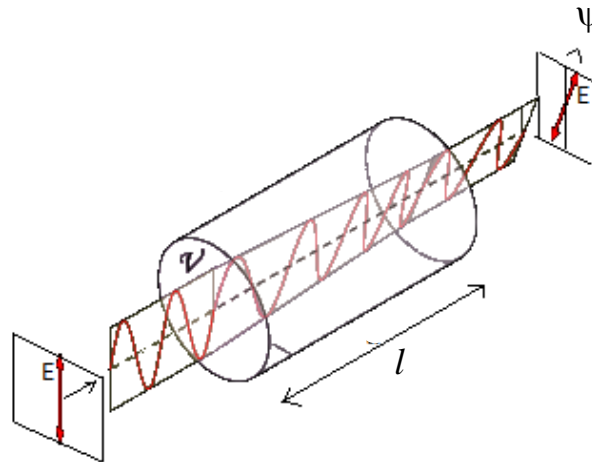
$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

## 8. Естественная оптическая активность

Угол поворота плоскости поляризации в оптически активной среде

$$\Psi = \Psi_0 l$$

$$\Psi = \frac{\pi}{\lambda_0} (n_l - n_{np}) l$$

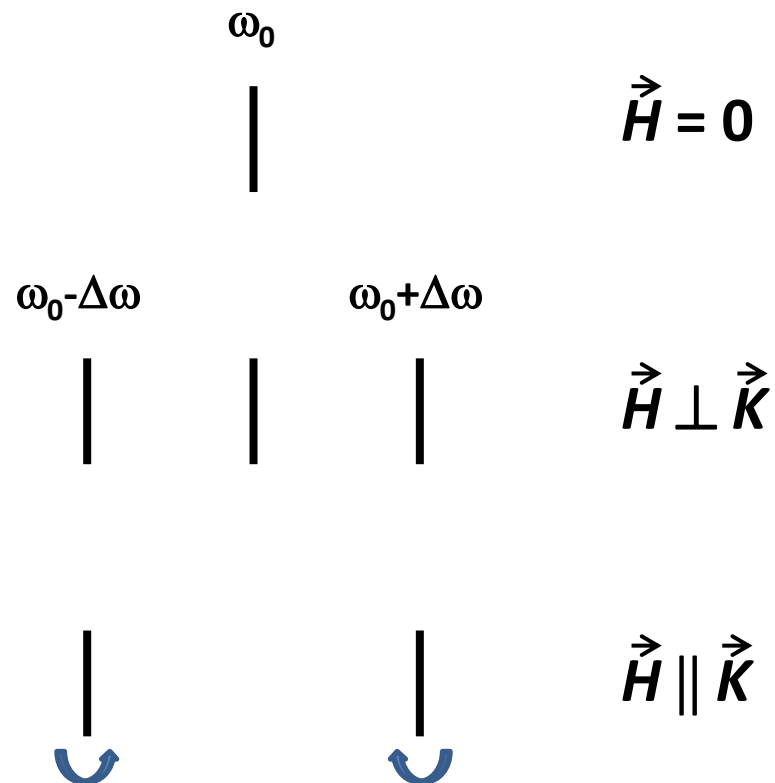


## 9. Магнитооптические явления

### Эффект Зеемана (1896)

Нормальный эффект Зеемана:

$$\omega_l = \omega_0 + \frac{e}{2mc} H$$
$$\omega_{np} = \omega_0 - \frac{e}{2mc} H$$



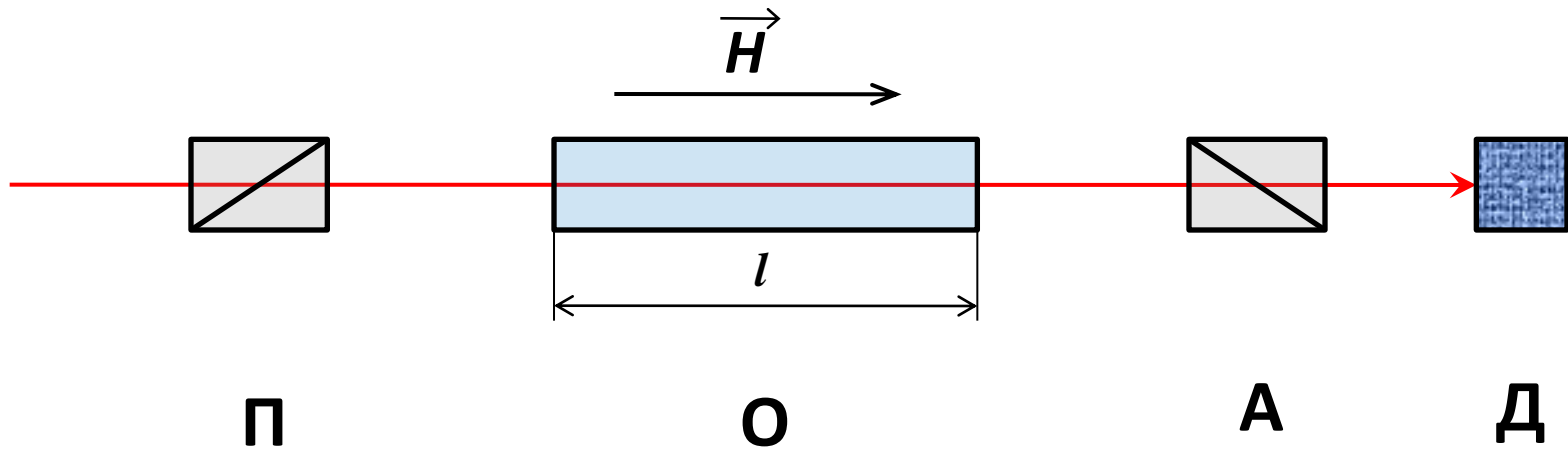


## **Эффекты при прохождении света сквозь намагниченное вещество:**

- обратный эффект **Зеемана** – расщепление линий поглощения в магнитном поле.
- эффект **Фарадея** – вращение плоскости поляризации в намагниченном веществе при распространении света вдоль магнитного поля.
- эффект **Коттона-Мутона** – двулучепреломление при распространении света в намагниченном веществе перпендикулярно магнитному полю.

Эффект Фарадея – **продольный**, эффект Коттона-Мутона – **поперечный**.

## Эффект Фарадея (1845)



П – поляризатор, О – образец вещества, А – анализатор, Д – детектор.

## Эффект Фарадея

$$\psi = \rho l H$$

Постоянная Верде  $\rho = -\frac{2\pi N_1 e^3}{n_{cp} m^2 c^2} \frac{\omega_0 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}$

## Эффект Коттон-Мутона

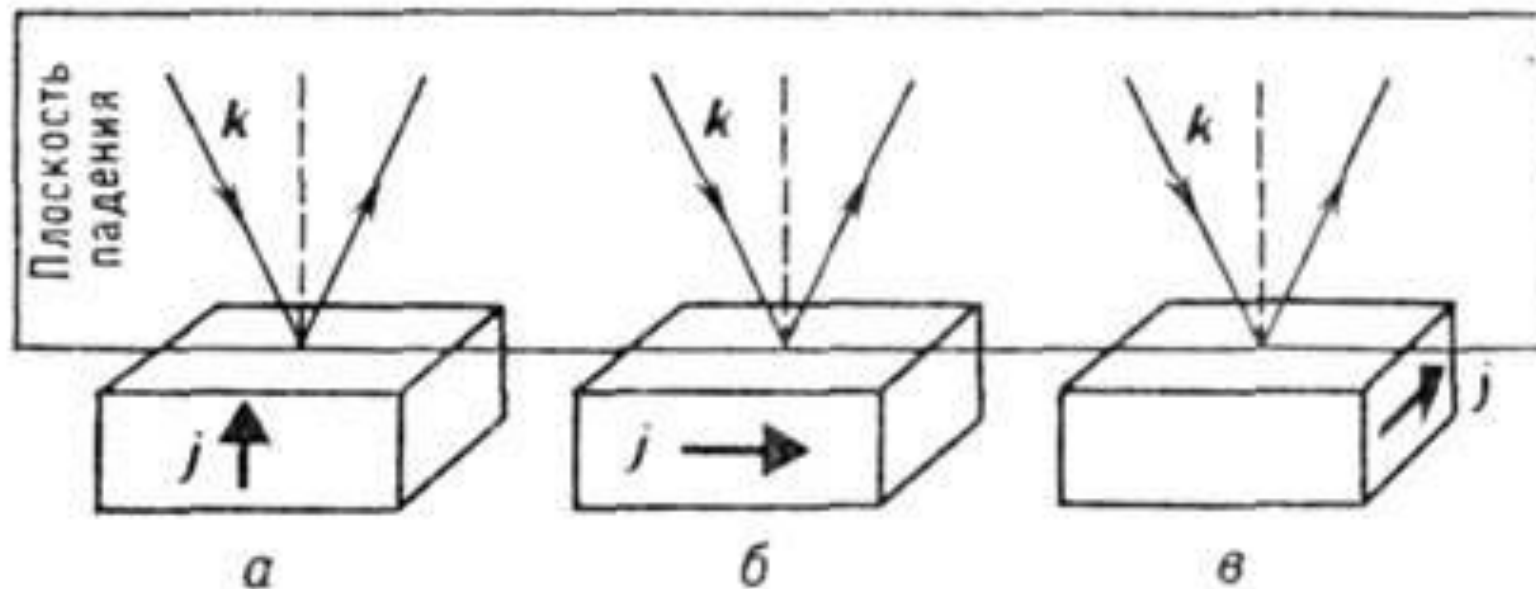
(двойное лучепреломление в поперечном поле)

$$n_e - n_0 = D H^2$$

## **Эффекты при отражении света от поверхности намагниченного вещества:**

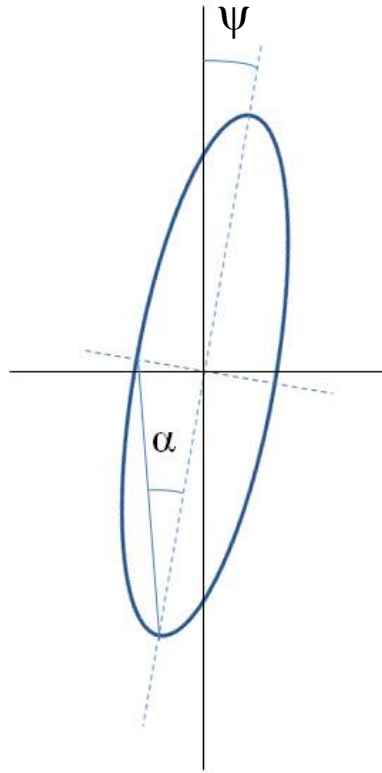
- **полярный магнитооптический эффект Керра** – вращение плоскости поляризации, появление эллиптичности и изменение интенсивности света при направлении намагниченности перпендикулярно поверхности.
- **меридиональный магнитооптический эффект Керра** - то же, если намагниченность параллельна поверхности и плоскости падения света.
- **экваториальный магнитооптический эффект Керра** – изменение интенсивности и фазовый сдвиг отраженного света при направлении намагниченности параллельно поверхности, но перпендикулярно плоскости падения света.

Полярный и меридиональный магнитооптические эффекты Керра – **продольные** (волновой вектор имеет проекцию на направление намагниченности), экваториальный – **поперечный** (волновой вектор не имеет проекции на направление намагниченности).



## Магнитооптический эффект Керра:

*a* - полярный, *б* - меридиональный, *в* - экваториальный;  
 $j$  - вектор намагниченности,  $k$  - волновой вектор.



**Параметры полярного эффекта Керра: угол вращения плоскости поляризации  $\psi$  и угол эллиптичности  $\alpha$ .**